

## Kapittel 1

---

# Fasit

---

– betyr at det ikke egner seg å lage kortsvarfasit for oppgaven.

Gi beskjed til Petter.Pettersen@nord.no dersom du oppdager feil eller uklarheter i fasiten. (Versjon 8/8–2017)

### 1.1 Fasit til kapittel 1

#### Delkapittel 1.1

- a) 13  
b) 8  
c)  $-17$   
d) 6  
e) 1  
f) 12  
g) 33  
h) 10
  - a) 5  
b)  $-24$   
c)  $-16$   
d) 4  
e) 25  
f) 14  
g) 0  
h) 3
  - a) 3  
b) 4  
c) 10  
d) 12
  - a)  $-2$   
b) 10  
c) 6  
d) 22  
e) 1  
f) 24
  - a og i, b og d, c og h, e og g, f og j
- d)  $\frac{8}{5}$   
e)  $\frac{3}{8}$   
f)  $\frac{3}{2}$
  - a)  $\frac{11}{12}$   
b)  $\frac{2}{5}$   
c)  $\frac{3}{10}$   
d)  $\frac{15}{7}$   
e)  $\frac{8}{3}$   
f)  $\frac{1}{2}$   
g)  $\frac{14}{5}$   
h)  $\frac{3}{2}$   
i)  $\frac{1}{12}$   
j)  $\frac{1}{8}$   
k) 5  
l)  $\frac{6}{5}$
  - Regneregelen for divisjon av brøk.
  - $\frac{707}{500}$
  - a)  $\frac{3}{20}$   
b)  $\frac{3}{2}$   
c)  $\frac{1}{20}$   
d)  $\frac{12}{5}$

#### Delkapittel 1.3

- 30.8 %
  - 74.4
  - a)  $\frac{1}{5}$   
b)  $\frac{1}{4}$   
c)  $\frac{1}{8}$   
d)  $\frac{1}{20}$
  - 63 000
  - a) 2.8 millioner  
b) 1.43 millioner
  - Inneholder 40 kg vann og 10 kg tørrstoff, totalt 50 kg.
- a)  $\frac{12}{16}$   
b)  $\frac{8}{12}$
  - a)  $\frac{2}{3}$   
b)  $\frac{5}{4}$   
c)  $\frac{5}{3}$

#### Delkapittel 1.2

- a)  $\frac{12}{16}$   
b)  $\frac{8}{12}$
- a)  $\frac{2}{3}$   
b)  $\frac{5}{4}$   
c)  $\frac{5}{3}$

- 432.3 % dyrere, 81.2 % billigere
- a) 144.08 NOK  
b) 52.74 USD  
c) 229.12 NOK  
d) 2 686.48 SEK
- n)  $x^2 + xy - 2y^2 - x - 2y$
- a)  $x^{10}$   
b)  $x^2$   
c)  $x^4$   
d)  $x^{15}$   
e)  $a^3b^3$   
f)  $9x^2$   
g)  $\frac{x^3}{8}$   
h)  $\frac{x^{10}}{y}$

#### Delkapittel 1.4

- a)  $8xy$   
b)  $4xy^2$   
c)  $18x^2$   
d)  $x^5$   
e)  $26x^4$   
f)  $0.9x^2$   
g)  $-3x^2 + 198x - 500$   
h)  $25x - 200$
- a)  $a + b$   
b)  $a - b$   
c)  $b - a$   
d)  $-ab$
- Dersom  $24 : 0 = x$  må  $x \cdot 0 = 24$ , som er umulig.
- a)  $2x + 6$   
b)  $x^3 + 3x^2$   
c)  $6x^2 + 11x - 72$   
d)  $18x^2 - 42xy + 20y^2$   
e)  $2x^2 + xy - y^2 - 2x - 8y$   
f)  $17x - y$   
g)  $-7x - 21y$   
h)  $10x - 6$   
i)  $-x^3 - 2x + 8$   
j)  $2x^2 - 2y^2$   
k)  $3x + 3y - 15$   
l)  $x + 7y - 17$   
m)  $x^2 + 2xy + y^2 + 3x + 3y$
- a)  $x^2 + 4x + 4$   
b)  $x^2 - 64$   
c)  $x^2 - 14x + 49$   
d)  $x^4 + 2x^2 + 1$   
e)  $4x^2 - 12x + 9$   
f)  $4x^2 - 25$   
g)  $9x^2 - 30x + 25$   
h)  $x^4 + 4x^2y^3 + 4y^6$   
i)  $4xy$   
j)  $8x^2 - 14x + 3$   
k)  $x^4 - 64$   
l)  $4x + 8$
- a) 2  
b)  $2x + h$   
c)  $3x^2 + 3xh + h^2$
- a)  $5x(2xy - 3)$   
b)  $2x(x - 5)$   
c)  $(4x + 8)(4x - 8) = 16(x + 2)(x - 2)$   
d)  $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$   
e)  $xy^2(x + y)(x - y)$   
f)  $3y^2(2x - y)$   
g)  $3x(x + 2)(x - 2)$   
h)  $(x + 4)(x - 4)$   
i)  $(5x + 1)(5x - 1)$   
j)  $3y^2(2x + 1)(2x - 1)$
- a)  $\frac{x-1}{x^2}$

- b)  $\frac{2x}{5x+25}$   
 c)  $\frac{x+6}{4x}$   
 d)  $\frac{2x}{ab}$   
 e) 3  
 f)  $-\frac{1}{2x}$
10. a, f og o. c og i. d og j. e og n. g og m. Dersom  $x \neq 0$  er h og p.
11. a) -1  
 b)  $x - 1$   
 c) -1  
 d)  $-\frac{2}{x}$   
 e) Begge blir  $-4x^2 + 6x - 2$   
 f)  $(3x - 2)(2x + 1)$

### Delkapittel 1.5

1. a) 4  
 b) 7  
 c) 5  
 d) 2  
 e) 4  
 f) 14  
 g) 6  
 h) 0.5
2. a) -6  
 b) 3  
 c) 2  
 d)  $\frac{9}{10}$   
 e)  $\frac{31}{13}$   
 f) 6
3. a) 40  
 b) 4  
 c) 7  
 d)  $-\frac{20}{3}$   
 e) 120  
 f) 8
4. a)  $z \neq 5$   
 b) Ingen løsning
5. a) 105  
 b) 14, 16, 18  
 c) 41  
 d) 29
6. a) 14 643  
 b) 430 672
7. 4 294
8. a) -1, 0  
 b) -3, 7  
 c) 0, 2  
 d) 0, 4  
 e) 0,  $\pm 2$
- f) 0,  $\pm 3$
9. a) -3, -10  
 b) 0, 4  
 c)  $\pm 6$   
 d) Ingen reell løsning  
 e) 3, -4  
 f) 4, 7  
 g) -4,  $-\frac{3}{5}$   
 h) 13,  $\frac{2}{3}$
10. a) Ingen reell løsning  
 b) Ingen reell løsning
11. a) -4, 5  
 b)  $-\frac{7}{4}, 3$   
 c) -3  
 d) Ingen reell løsning  
 e) Ingen reell løsning  
 f) 2  
 g) Ingen reell løsning  
 h)  $\pm \frac{8}{5}$   
 i)  $\pm \frac{16}{3}$   
 j) 0,  $-\frac{50}{7}$   
 k) 0, -4  
 l) 0, 0.75
12. a)  $(x - 4)(x + 2)$   
 b)  $\approx (x - 8.4)(x + 1.4)$   
 c)  $-(x + 1)^2$   
 d)  $5(x - 4)(x - 7)$   
 e)  $5(x + 4)(x + \frac{3}{5})$   
 f)  $3(x - 13)(x - \frac{2}{3})$
13. a)  $(x - 12)(x + 5)$   
 b)  $(x - 4)(x - 2)$   
 c)  $2(x - 4)(x + 2)$   
 d)  $(x + 7)^2$   
 e) Kan ikke faktoriseres  
 f)  $(4x - 1)(5x - 1)$
14. a) 1,5  
 b) 3, 7  
 c)  $\pm 1, \pm \sqrt{5}$   
 d) 0, 2
15. a) 5, -2, produkt: -10, sum: 3  
 b) Regn ut  $(x - x_1)(x - x_2)$   
 c) 12 og 5
16. 4 og 1 eller -4 og -1
17. a)  $\frac{x-1}{x}$   
 b)  $\frac{x+3}{2x-2}$   
 c)  $\frac{x-5}{x-2}$   
 d)  $\frac{2x-6}{x+7}$

### Delkapittel 1.6

1. a) 756  
 b) 10.7 %
2. a) 5 955.08  
 b) 4 716.98
3. 290 000, 209 525, 555 549 dette er nybilprisen.
4. a) 1.057  
 b) 0.97  
 c) 1.0037  
 d) 0.9948  
 e) 1.25  
 f) 2.25  
 g) 0.3  
 h) 0.01
5. a) Øke 3.7 %  
 b) Redusere 1.6 %  
 c) Redusere 27 %  
 d) Øke 83 %  
 e) Øke 107 %  
 f) Øke 0.25 %  
 g) Redusere 0.03 %  
 h) Øke 80.3 %
6. a) 409.40  
 b) 468.70  
 c) Ca 13 %
7. a) Ned 1 %  
 b) Ned 4 %  
 c) Ned  $\frac{a^2}{100}$  %
8. Øke  $(a + b + \frac{ab}{100})$  %
9. a) 2552.56,  $K_t = 2000 \cdot 1.05^t$   
 b) 2560.17,  $K_t = 2000 \cdot 1.025^{2t}$   
 c) Ca 5.06 %  
 d) Ca 2.47 %
10. 599.50, 731.39, 34.2 %
11. 140 255.17, 89 665.38
12. (i) 12 624.77  
 (ii) 12 667.70  
 (iii) 12 704.89
13. B
14. a) 25 417.46  
 b) 54 517.92
15. a) 183.45  
 b) 33 582.28
16. 18 857.51
17. a) (i) 2237.59  
 (ii) 1.03, -0.68  
 b) 2237.59 om 1 år og 4475.18 om 2 år  
 c) 3 %
18. a) 5  
 b)  $\pm \sqrt[4]{1000} \approx \pm 5.62$   
 c)  $\sqrt[5]{-25} \approx -1.90$   
 d)  $\pm \sqrt[6]{30} \approx \pm 1.76$   
 e) Ingen reell løsning  
 f)  $\pm \sqrt[10]{10} \approx \pm 1.26$
19. 2.3 %
20. 6.6 %
21. a) A  
 b) B  
 c) Ca 4.9 %
22. 20.99 millioner
23. Hun har nok.
24. A
25. a) 25, 10, 8  
 b) Begge kombinasjonene koster 100  
 c) Av de fem undersøkte kombinasjonene gir 5 av A og 8 av B størst nytte
26. 12.5, 247.2, 6, 281.5,  $25x + 10y = 200$
27. a) Ca 9.3 %  
 b) Ca 7.9 %
28. a)  $1.25 \cdot 10^4$   
 b)  $3.6 \cdot 10^6$   
 c)  $2.5 \cdot 10^{-3}$   
 d)  $9 \cdot 10^{-7}$   
 e)  $2.578 \cdot 10^6$   
 f)  $2 \cdot 10^{-4}$
29.  $1.25 \cdot 10^4$  og  $5 \cdot 10^8$
30. a)  $\frac{y}{4x}$   
 b)  $\frac{4y}{x}$   
 c)  $\frac{x}{y}$
31. a) Bruk reglene for likningsløsning og potensreglene  
 b)  $y = 1.5x$
32. Ca 1.5 %, ca 3.4 %, 5 %
33. a) Ned ca 1.5 %  
 b) Opp ca 2 %
34. a) Dobles  
 b) Øker, men mindre enn dobling  
 c) Dobles  
 d) Øker med faktoren  $2^{0.8} \approx 1.74$

## 1.2 Fasit til kapittel 2

## Delkapittel 2.1

1. 0, -1, 0, -3, -16
2. 1, 2, 1, -2, -7
3. a)  $7, -8, 3a + 1, 3a^2 + 1, 3a + 3b + 1$   
b)  $5, 10, a^2 + 1, a^4 + 1, a^2 + 2ab + b^2 + 1$
4.  $D_f = \langle 1, \infty \rangle$ ,  
 $V_f = [0, \infty)$
5.  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ,  
 $V_f = \langle 0, \infty \rangle$
6.  $D_f = \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle 2, \infty \rangle$ ,
7. a) 49, 9  
b)  $f(x) = 4x^2 + 4x + 1$   
c) 19, rekkefølgen har betydning,  
 $g(h(x)) = 2x^2 + 1$   
d) -  
8. a) -  
b) -  
c) 4, 9, 11, 12,  
 $2a^2 + 2a$   
d) -  
e) (i)  $f(l, b) = lb$   
(ii)  $f(x) = s^2$   
(iii)  $f(l, b, h) = lbh$   
(iv)  $f(l, b) = 2l + 2b$   
(v)  $f(s) = 4s$   
(vi)  $f(l, b, h) = 2lb + 2lh + 2bh$
9. a) 80, 130, 12 °C  
b)  $a < 0$
10. a) 45 og 36, 115 og 120  
b) 75  
c) 15 over og 20 % over
11. a)  $x < -1$   
b)  $x < -3$   
c)  $x \geq -0.6$   
d)  $x > -1$
12. a)  $I(x) = 250x$   
b)  $K(x) = 200x + 3000$   
c) 60  
d)  $x > 60$
13. a)  $K(x) = 70x + 1660$   
b)  $D_K = [0, 15]$
14. a) Lin., 2, 3, -1.5  
b) Lin., 0.25, 3, -1  
c) Ikke lin.  
d) Lin.,  $\frac{7}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{7}$   
e) Lin., 0.25, 3, -12  
f) Lin., 6, 9, -1.5  
g) Lin., 0.5, 0.5, -1  
h) Lin., 0.25, 0.75, 6  
i) Lin.,  $-\frac{2}{3}, 4, 6$   
j) Ikke lin.  
k) Lin, 0, 0.5, -  
l) b og e
15. a)  $x(p) = -0.25p + 70$   
b) 52.5  
c) 160
16.  $x = -150p + 12\ 800$
17. a)  $y = 0.5x + 2$   
b)  $y = -3x - 1$   
c)  $y = 2.5x - 3.5$   
d)  $y = x - 1$   
e)  $y = 3x - 3$   
f)  $y = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$   
g)  $y = 1.125x + 6.375$   
h)  $y = -2$

## Delkapittel 2.2

1. -
2. a)  $y = -2.5x + 22$   
b)  $y = 3$   
c)  $x = 2$   
d)  $y = -2.25x + 12.75$   
e)  $y = 0.25x + 0.775$   
f)  $y = -1.5x + 4.5$   
g)  $y = 0.5x - 2.5$
3. a) 3.5  
b) 0.21  
c) -1.4
4. -
5. a)  $7x + 10y = 200$   
b) 0.7  
c)  $\frac{A}{B}, \frac{B}{A}$
6. a)  $x = -2p + 110$   
b)  $D_x = \langle 0, 55 \rangle$ ,  
 $V_x = \langle 0, 110 \rangle$
7. a)  $y = 1.8x + 32$   
b) -40  
c)  $\pm 0.9$  °F
8. a) 20 000, 27 000  
b) 0, 3000,  
 $S(i) = 0.3i - 6000$   
c) -,  
 $S(i) = (1 - a)i - b$
9. a) 80, 130, 12 °C  
b)  $a < 0$
10. a) 45 og 36, 115 og 120  
b) 75  
c) 15 over og 20 % over
11. a)  $x < -1$   
b)  $x < -3$   
c)  $x \geq -0.6$   
d)  $x > -1$
12. a)  $I(x) = 250x$   
b)  $K(x) = 200x + 3000$   
c) 60  
d)  $x > 60$
13. a)  $K(x) = 70x + 1660$   
b)  $D_K = [0, 15]$
14. a) Lin., 2, 3, -1.5  
b) Lin., 0.25, 3, -1  
c) Ikke lin.  
d) Lin.,  $\frac{7}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{7}$   
e) Lin., 0.25, 3, -12  
f) Lin., 6, 9, -1.5  
g) Lin., 0.5, 0.5, -1  
h) Lin., 0.25, 0.75, 6  
i) Lin.,  $-\frac{2}{3}, 4, 6$   
j) Ikke lin.  
k) Lin, 0, 0.5, -  
l) b og e
15. a)  $x(p) = -0.25p + 70$   
b) 52.5  
c) 160
16.  $x = -150p + 12\ 800$
17. a)  $y = 0.5x + 2$   
b)  $y = -3x - 1$   
c)  $y = 2.5x - 3.5$   
d)  $y = x - 1$   
e)  $y = 3x - 3$   
f)  $y = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$   
g)  $y = 1.125x + 6.375$   
h)  $y = -2$
18. a)  $y = x + 1$   
b)  $y = -4x + 11$   
c)  $y = 2x$   
d)  $y = 6$   
e)  $y = x + 4$   
f)  $y = 1.6x + 0.6$   
g)  $y = -x + 5$   
h)  $y = x$
19. a)  $y = 4, x = 2$   
b)  $y = 6, x = -1$   
c)  $y = 0, x = 8$   
d)  $y = -5, x = -2$
20. -
21. 23.33
22. 5
23. 2.80
24. a)  $x_D(p) = -25p + 2375$   
b) 34.33
25. -

## Delkapittel 2.3

1. -2, 2 og -1, bunnpt.,  
(0.5, -2.25)
2. a) -5, 1 og -5, -2  
b) 1.32, -5.32  
c) 0, 0 og -3, -1.5, -  
d) 0.44, -3.77
3. a) -4, 1 og 4, 2.5, -  
b) 0,70, 4.30  
c) 0.36, 2.62
4. 3
5. De to parallelle sidene må være 2 m og 6 m
6. a)  $P(x) = -6x^2 + 1320x + 1500$   
b) 1.1, 218.9  
c) 110
7. 37.5
8. a) 1, 9, 9,  $2v^2 + 1$ ,  
 $2v^2 + 1$ , -  
b) 4, -8, -8,  $-3v^2 + 4$ ,  
 $-3v^2 + 4$ , -  
c) -  
d)  $ax^2 + bx + c$ , -  
e) -
9. a) 1.92, 9.52  
b)  $0.04x + 1.52$   
c)  $P(x) = -0.14x^2 + 8.5x - 100, 30.4$
10. 250, 31 250, 125
11. a) 4 og 20, 52 og 18  
b) 3.59
12. 8
13. a) 420, 2340  
b)  $v(x) = \frac{1}{30}x + 10$   
c)  $K(x) = \frac{1}{30}x^2 + 10x + 90$
14.  $K(x) = 0.05x^2 + 75x + 4800$
15. a)  $v(x) = -0.2x + 100$   
b)  $K(x) = -0.2x^2 + 100x + 900$   
c)  $D_K = [0, 250]$
16.  $K(x) = -0.1x^2 + 40x + 3750$
17. a) (i) 20  
(ii) 23.8, 126.2  
b)  $y = 0.1x + 5$   
c)  $K_1(x) = 5x + 300$ ,  
 $I(x) = 20x, 20$   
d) 360, 800,  
 $v(x) = 0.1x + 5$ ,  
 $K_2(x) = 0.1x^2 + 5x + 300$   
e) 23.8 og 126.2,  
 $P(x) = -0.1x^2 + 15x - 300$ ,  
75, 262.5

## Delkapittel 2.4

1. a) -1, -1  
b) 8, 8  
c)  $a^4 - 2a^2, a^4 - 2a^2$   
d) -
2. a) -2, 2  
b) 2, -2  
c)  $a^3 - 3a$ ,  
 $-a^3 + 3a = -(a^3 - 3a)$   
d) -
3. a) Sym. om  $y$ -aksen  
b) Ingen av delene  
c) Sym. om origo  
d) Sym. om  $y$ -aksen  
e) Ingen av delene  
f) Sym. om origo  
g) Sym. om  $y$ -aksen
4.  $f(x) = 0$
5. a) -  
b) -  
c) Begge har topp- og bunnpunkt  
d) Nei, har ikke topp- og bunnpunkt, bare et "flatt punkt"  
e) Nei, går oppover møt høyre hele tida  
f) Maksimalt antall nullpunkter er 3, maksimalt antall topp og bunnpunkter er 2
6. a) Flytter grafen  $v$  enheter opp  
b) Flytter grafen  $h$  enheter mot høyre  
c) Speiler grafen om  $x$ -aksen  
d) Speiler grafen om  $y$ -aksen  
e)  $y = x^2 + 6x + 11$   
f)  $y = x^2 + 4x + 4$   
g)  $y = \frac{5-2x}{x-2}$
7. a) 3.532  
b) 1.252, dette er kostnaden ved å øke fra 25 til 26  
c) 5.152  
d) Rasjonaliseringsgevinst og overproporsjonale kostnader
8. a) 510, 750, 7330  
b) -  
c)  $K(x) = 0.01x^3 - x^2 + 35x + 250$
9.  $h(x)$

## Delkapittel 2.5

- 110 940
  - 150 000
  - 14 %
  - 295 698
- 7.3 %
  - 26 435
  - 15 000
  - 11 985, verdien 2 år før kjøp.
  - 25.44 %
  - Ca 6 år.
- Ca 5.5 år
  - Ca 5.5 år
  -
- - Litt for stor, litt for liten.
  - 140
    - 70
    - 14
    - 7
    - 3.5
    - 1.4
  - Best resultat når  $p$  er liten
- $y = 4 \cdot 9^x$
  - $y = 2 \cdot 4^x$
  - $y = 7 \cdot 4^x$
  - $y = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$
- $y = 7 \cdot 10^{2x}$
  - $y = 12 \cdot 2^{-2x}$
  - 
  - 
  - 12

## Delkapittel 2.6

- $\frac{k-b}{5}$
  - $\frac{12}{a}$
  - $\frac{7a}{a-7}$
  - $\frac{1}{2}a + 3$
- $x = k - b$
  - $x = \pm\sqrt{k-1}$
- $b = \pm\sqrt{32} = \pm 4\sqrt{2}$
  - $c < \frac{9}{4}$
- Avtar
  - Øker
- $0 < p < 20$
  - 10, 500
  - Ikke negativ pris og ikke negativ etterspørsel.
  - $I(p) = -\alpha p^2 + \beta p$ ,  
 $p^* = \frac{\beta}{2\alpha}$
  - $I(p^*) = \frac{\beta^2}{4\alpha}$
- $p^* = \frac{\beta+\delta}{\alpha+\gamma}$
  - $\frac{\beta\gamma-\alpha\delta}{\alpha+\gamma}$

## Delkapittel 2.7

- 2
  - $y = 4 - \frac{2}{3}x$
- 5, -2 og 1.29, -5.79
- - $5, \sqrt{26}, 5, \sqrt{5}$
  - 
  -
- $x^2 + y^2 = 49$
  - $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 9$
  - $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 38.44$
- origo, 3
  - origo,  $\sqrt{38} \approx 6.16$
  - (-2, -4), 9
  - (3, -1), 4.1
- $5, \sqrt{5}$
  - Inni
    - På
    - Utenfor
  - Enerett, ikke enerett.
  - $(x-15)^2 + (y-7)^2 \leq 10^2$
- $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 16$ ,  $3 \pm \sqrt{15}$ , ingen løsning
  - 
  - (-3, 4), 4
- 35.3
  - 17.7

## Delkapittel 2.8

- Nei
  - Ja
- (5, 7)
  - (1, 1)
  - (0, -2)
  - (1, 2)
  - (-2, 2)
  - (2,  $\frac{1}{2}$ )
  - (-1, 1)
  - (-2, 0)
  - ( $\frac{13}{30}, \frac{5}{3}$ )
  - Ingen løsning
- 5, 7
  - 2.00, 0.40
  - 3, 24
  - 13, 15, 38
  - 20, 42
  - 13, 27

4. a) (0, 2)

b) (1, 2)

c) (-2, 2)

d) (-2, 0)

- Parallele linjer, ingen løsning
  - Identiske linjer, uendelig mange løsninger ( $t, 5 - 2t$ )

6. Ja

7. a) Ja

b) Nei

c) Ja

d) ( $12t - 23, 9.5t - 15, t$ )

8. a) (1, 2, 3)

b) (124, 75, 31)

c) (1, 2, 3)

d) ( $\frac{111}{12}, \frac{17}{4}, \frac{11}{4}$ )9. a)  $y = -0.8x + 4.6$ b)  $y = -3x + 7$ c)  $y = x^2 - 2x - 1$ d)  $y = -2x^2 + 3x + 2$ e)  $y = x^3 - x^2 - 3$ 10.  $K(x) = 0.01x^2 + 10x + 1000$ 11.  $K(x) = 0.0001x^3 - 0.03x^2 + 10x + 1000$ 12.  $v(x) = 0.01x^2 - x + 33$ , en overflødig opplysning.

## Delkapittel 2.9

- $(3x^2 + 8x - 3)(x - 2)$
- $(x^3 + 3x^2 + 5x + 9)(x - 2)$
- $(2x^3 - 3x^2 - 10x + 20)(x + 2)$
- $\left(x + \frac{1-\sqrt{13}}{2}\right) \cdot \left(x + \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) \cdot (2x - 1)$
- $\pm 1, \pm 2$
  - $(x^2 + 1)(x - 2)$
- $\pm 1, \pm 3, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$
  - $(x-1)(x-3)(2x+1)$
- $\pm 1, \pm \frac{1}{2}$
  - $(2x-1)(x-2-\sqrt{3})(x-2+\sqrt{3})$
- $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$
  - $(x+1)(x-2)(x-3)$
- $3x - 2$
  - $x^2 + 2x - 11 + \frac{12}{x+2}$
  - $2x - 1 + \frac{2x}{2x^2 - x - 5}$
  - $x^2 + 4x - 1 - \frac{1}{x-3}$

## Delkapittel 2.10

- $(0, \pm 5), (\sqrt{12.5}, -\sqrt{12.5}), (-\sqrt{12.5}, \sqrt{12.5})$
  - (3, -2)
  - $(\pm\sqrt{2}, 0), (1, 1), (-2, -2)$
  - (-2, 1), (2, -1)
  - (2, 8),  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
  - Ingen løsning
  - $(\pm 2\sqrt{3}, 2), (0, -4)$
  - $\left(t, \sqrt[4]{\frac{6x^4}{6x^4-1}}\right)$
- (2, 2), (-2, -2)
  - $(\pm\sqrt{3}, 1), (0, -2)$
  - (1, -1), (4, -2)
  - Ingen løsning
  - $(\pm 1, \pm 1)$
  - $(0, \pm 5), (\pm\sqrt{12.5}, 0)$
- 3, 8

## Delkapittel 2.11

- 
- 
- 25, 0
  - 26
  - 25 600
- 72
  - 158 400, 166 400
- $6x + 4y \leq 108$ ,  
 $x + y \leq 24$ ,  
 $x, y \geq 0$ .
  - $x = 0, 1, 2, \dots, 6$  og  
 $y = 24 - x$
  - Produser 24 slalåmski
- Hverkan maks eller min
  - Maksimum eksisterer ikke minimum er 0.
-

## 1.3 Fasit til kapittel 3

## Delkapittel 3.1

1. 2
  2. 2
  3. 0
  4.  $\infty$
  5. a) 3  
b) 0  
c)  $\frac{4}{3}$   
d) 2  
e) 3  
f)  $\infty$
  6. a) 0.166...  
b)  $\frac{1}{6}$
  7. a)  $\frac{1}{3}$   
b) 6  
c) -2  
d) -10  
e) 4  
f) 0
  8.  $\pm\infty$
  9. a)  $\frac{1}{8}$   
b)  $\pm\infty$   
c) 2.5  
d) 2  
e) 0  
f) 0.6  
g) 0  
h) 1
  10. a)  $\pm\infty$   
b)  $\pm\infty$   
c)  $\infty$   
d)  $\infty$
  11. a) 0.4054  
b) 1.098  
c) -0.6931  
d) 0.405465, 1.098612, -0.693147
  12. a) 0  
b)  $\pm\infty$
  13. 1
  14. 2.71
  15. a) 2x  
b) -4  
c) 6x  
d) 2x + 3
  16. 8, 8, ja den er kontinuerlig
  17. 6, 6, nei ikke kontinuerlig for  $x = 3$
  18. Eksisterer ikke, nei ikke kontinuerlig for  $x = 2$
  19. a) 100 for  $0 < p \leq 20$  og 150 for  $20 < p \leq 150$   
b) 150  
c) 100  
d) Eksisterer ikke  
e) 100
- f) Ikke kontinuerlig i  $x = 20$
  20. a) -  
b) 250  
c) 200  
d) eksisterer ikke  
e) Ikke kontinuerlig for  $x = 10\ 000$
  21. a) -  
b) 200  
c) 200  
d) 200  
e) 200  
f) Kontinuerlig
  22. a) 650. A: 1000, B: 950, C: 1000  
b) A:  $500 + 0.10x$  for  $0 \leq x \leq 2000$ ,  $600 + 0.10x$  for  $x > 2000$ .  
B:  $500 + 0.10x$  for  $0 \leq x \leq 2000$ ,  $500 + 0.15x$  for  $x > 2000$ .  
C:  $500 + 0.10x$  for  $0 \leq x \leq 2000$ ,  $100 + 0.30x$  for  $x > 2000$ .
  23. 200x for  $0 \leq x \leq 8$ ,  $320x - 960$  for  $x > 8$ .
  24. Mellom 4 % og 4.5 %
  25. a) Minst ett nullpunkt i (0, 1)  
b) Minst ett nullpunkt i (-2, 1.5)  
c) Minst ett nullpunkt i intervallet (0.5, 0.625)

## Delkapittel 3.2

1. a) (A)  $< 0, < 0, = 0, > 0, > 0$ . (B)  $> 0, > 0, > 0, < 0, < 0$ . (C)  $= 0, < 0, > 0$ . (D)  $> 0, < 0, > 0, < 0, > 0$ .
- b) (A)  $\approx -4, \approx -2, \approx 0, \approx 2, \approx 4$ . (B)  $\approx 5, \approx 3, \approx 1, \approx -1, \approx -3$ . (C)  $\approx 0, \approx -1, \approx 4$ . (D)  $\approx 10, \approx -8, \approx 3, \approx -3.5, \approx 20$ .
2. a)  $f'(1) \approx \frac{1}{2}$ ,  $f'(4) \approx \frac{1}{4}$ ,  $f'(9) \approx \frac{1}{6}$   
b)  $f'(1) = \frac{1}{2}$ ,  $f'(4) = \frac{1}{4}$ ,  $f'(9) = \frac{1}{6}$
3.  $v'(t) < 0$
4. a)  $f'(x) = 3$   
b)  $f'(x) = -1.5$   
c)  $f'(x) = \frac{1}{3}$   
d)  $f'(x) = -2.5$

- e)  $f'(x) = \frac{1}{6}$
- f)  $f'(x) = \frac{7}{4}$
5. -
6.  $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}$
7. a) 5  
b) 2  
c)  $1 + 2\Delta x, f'(x) = 1$
8. -
9. -
10. Cirka -1 og -0.04. Eksakt -0.5 og -0.03...
11. Cirka 0.5 og  $\frac{1}{8} = 1.66\dots$  Eksakt 0.414... og 0.162...
12. a) 1  
b) -1  
c) Ikke deriverbar i  $x = 0$ .
13.  $f(x + \Delta x) - f(x) \approx f'(x) \cdot \Delta x$

## Delkapittel 3.3

1. a)  $f'(x) = -1$   
b)  $f'(x) = \frac{1}{4}$   
c)  $f'(x) = 0$   
d)  $f'(x) = 2x + 3$   
e)  $f'(x) = x - 6$   
f)  $f'(x) = 3x - \frac{3}{4}$   
g)  $f'(x) = -6x - 8$   
h)  $f'(x) = -\frac{5}{2}x - \frac{1}{2}$
2. a)  $f'(x) = -3x^2$   
b)  $f'(x) = \frac{3}{4}x^2 + 6x$   
c)  $f'(x) = -9x^2 - 14x$   
d)  $f'(x) = 3x^2 + 6x + 1$   
e)  $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - 7x$   
f)  $f'(x) = \frac{4}{3}x^2 - \frac{3}{2}x + 5$   
g)  $f'(x) = 6x - 24x^2$   
h)  $f'(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}x^2$
3.  $K'(x) = 0.1x + 25$ .  $K'(50) = 30$  tolkes som tilnærmet kostnadsøkning ved å øke fra 50 til 51 produserte enheter. Å øke produksjonen fra 100 til 101 enheter koster omlag  $K'(100) = 35$ .
4.  $I'(x) = -0.2x + 100$ .  $I'(100) = 80$ , tolkes som inntektsøkninga ved å øke salget fra 100 til 101 enheter.  $I'(200) = 60$ , tolkes som inntektsøkninga ved å øke salget fra 200 til 201 enheter.
5. a)  $f'(x) = -1 - \frac{1}{x^2}$   
b)  $f'(x) = -\frac{2}{x^2}$   
c)  $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

- d)  $f'(x) = 3x^2 + 3 + \frac{3}{x^2}$
6. a)  $g'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{3}{x^2}$   
b)  $h'(x) = 3x^2 + 3 + \frac{3}{x^2}$   
c)  $u'(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^2} - \frac{4}{\sqrt{x}}$   
d)  $v'(x) = -1 - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3}{2x^2}$
7. a) 200  
b) 50  
c) 41.67  
d) 25
8. a)  $y = 2x$   
b)  $y = -2x + 7$   
c)  $y = 9x + 5$   
d)  $y = \frac{1}{4}x + 1$   
e)  $y = -4x - 4$
9. a)  $4x + 3$   
b)  $0.2x + 3$   
c)  $10t + 2$   
d) -0.2  
e)  $0.6x^2 - 1.06x + 1.2$   
f)  $-\frac{1}{x^2}$

## Delkapittel 3.4

1. a)  $f'(x) = 4x^3$   
b)  $f'(x) = 8x^7$   
c)  $f'(x) = 8x^3$   
d)  $f'(x) = 10x^4 - 12x^3 + 21x^2 + 2$   
e)  $f'(x) = 16x^3 - 6x^2$   
f)  $f'(x) = 5x^4 + 4x^3 + 3x^2$   
g)  $f'(x) = 4.8x^3 - 23.7x^2 + 4.2x$   
h)  $f'(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x^2}$
2. a)  $f'(x) = -\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} + 6x^{\frac{1}{2}}$   
b)  $f'(x) = x^{\frac{1}{2}}$   
c)  $f'(x) = \frac{6}{x^4} - \frac{12}{x^5}$   
d)  $f'(x) = 2.7x^{1.7} + 3\pi x^{\pi-1}$   
e)  $f'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$   
f)  $f'(x) = \frac{5}{2}(\sqrt{x})^3 + 6x^2$
3. a)  $f'(x) = 10(2x + 1)^4$   
b)  $f'(x) = 3x(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$   
c)  $f'(x) = 4(3x^2 + 4x)(x^3 + 2x^2)^3$   
d)  $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x}}$   
e)  $f'(x) = \frac{3x^2 + 4}{2\sqrt{x^3 + 4x}}$   
f)  $f'(x) = \frac{4x-3}{3\sqrt{(2x^2-3x)^2}}$   
g)  $f'(x) = 12x(3x^2 + 1)^2 + 8x$

- h)  $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}} - \frac{2}{x^3}$   
 i)  $f'(x) = \frac{1}{5\sqrt{(2x+1)^3}}$   
 j)  $f'(x) = \frac{18x\sqrt{6x^2+5}}{18x\sqrt{6x^2+5}}$
4. a)  $f'(x) = \ln(2) \cdot 2^x + 2x$   
 b)  $f'(x) = e^x + 7.5x^{1.5}$   
 c)  $f'(x) = \ln(1.05) \cdot 1.05^x$   
 d)  $f'(x) = 3 \ln(4) \cdot 4^x$   
 e)  $f'(x) = e^x + \frac{1}{2\sqrt{x}} - \ln(2.5) \cdot 2.5^x$   
 f)  $f'(x) = \ln(1.5) \cdot 1.5^x - 7e^x$
5. a)  $f'(x) = 2e^{2x}$   
 b)  $f'(x) = (2x+2)e^{x^2+2x}$   
 c)  $f'(x) = \frac{e\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{2x}}$   
 d)  $f'(x) = -3e^{-3x+1}$
- Delkapittel 3.5**
1. A: Avtar i  $\langle -\infty, 0 \rangle$  og vokser i  $[0, \infty)$   
 B: Vokser i  $\langle -\infty, 0.5 \rangle$  og avtar i  $[0.5, \infty)$
- C: Vokser i  $\langle -\infty, -1 \rangle$  og i  $[0.3, \infty)$ . Avtar i  $[-1, 0.3]$ .  
 D: vokser i  $\langle -\infty, -1.6 \rangle$ , i  $[-0.5, 0.7]$  og i  $[1, 5, \infty)$ . Avtar i  $[-1.6, -0.5]$  og i  $[0.7, 1.5]$
2. a) Avtar i  $\langle -\infty, 0 \rangle$  og vokser i  $[0, \infty)$   
 b) Vokser i  $\langle -\infty, 0 \rangle$  og avtar i  $[0, \infty)$   
 c) Avtar i  $\langle -\infty, -\frac{3}{4} \rangle$  og vokser i  $[-\frac{3}{4}, \infty)$   
 d) Vokser i  $\langle -\infty, \frac{1}{8} \rangle$  og avtar i  $[\frac{1}{8}, \infty)$   
 e) Vokser i  $\langle -\infty, -0.745 \rangle$  og avtar i  $[-0.745, \infty)$   
 f) Avtar i  $\langle -\infty, 1 \rangle$  og vokser i  $[1, \infty)$
3. a) Vokser  
 b) Avtar  
 c) Vokser  
 d) Vokser
4. Vokser i  $\langle -\infty, -2 \rangle$  og i  $[-\frac{1}{2}, \infty)$ . Avtar i  $\langle -2, -\frac{1}{2} \rangle$ .
5. a) Vokser  
 b) Avtar i  $\langle -\infty, -\frac{1}{3} \rangle$  og øker i  $[-\frac{1}{3}, \infty)$
6. a) Vokser i  $\langle -\infty, -4 \rangle$  og i  $[-1, \infty)$ . Avtar i  $[-4, -1]$ .  
 b) Vokser i  $\langle -\infty, -2 \rangle$  og i  $[3, \infty)$ . Avtar i  $[-2, 3]$ .  
 c) Vokser i  $\langle -\infty, -2 \rangle$  og i  $[-1, \infty)$ . Avtar i  $[-2, -1]$ .  
 d) Vokser i  $\langle -\infty, -2 \rangle$  og i  $[2, \infty)$ . Avtar i  $[-2, -2]$ .  
 e) Vokser  
 f) Avtar
7. -  
 8. -  
 9. Avtar i  $\langle -\infty, -2 \rangle$  og vokser i  $[-2, \infty)$   
 10. -  
 11. a)  $D_V = [0, 18]$   
 b) Vokser i  $[0, 6]$  og avtar i  $[6, 18]$ .  
 Dimensjon  $24 \text{ cm} \cdot 24 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm}$  og maksimalt volum  $3456 \text{ cm}^3$ .
12.  $725.9 \text{ cm}^3$
13. a) -  
 b)  $V(x) = 250x^2 - 4x^3$   
 c)  $x = 41.67$ .  
 $144 \text{ } 693.3 \text{ cm}^3$   
 d) Radius  $26.5 \text{ cm}$  og lengde  $83.33 \text{ cm}$
14. Bredde  $24.4 \text{ cm}$ , lengde  $48.8 \text{ cm}$  og dybde  $36.8 \text{ cm}$
- Delkapittel 3.6**
1. a)  $L(x) = 78(x-50) + 5150 = 78x + 1250$   
 b) -  
 2.  $1.86, 1.65, 2.07$   
 3. a)  $9.05, 8.89$   
 b)  $12.04, 11.83$   
 c)  $100.5, 99.9$   
 4.  $L(x) = \frac{1}{12}(x-8) + 2, 2.083, 2.333, 1.883$   
 5. a)  $L(x) = 44.16(x-6) + 64$   
 b)  $68.4$   
 c)  $-0.19 - 0.28 \%$   
 6. a)  $L(x) = 233.6(x-80) + 16 \text{ } 608$   
 b) -  
 c)  $L(x) = 63.5(x-80) + 7264$   
 7. a) -  
 b)  $0.5320888862$   
 c)  $0.2509921575$   
 d)  $0.3819660113$

## 1.4 Fasit til kapittel 4

## Delkapittel 4.2

1. a) 5  
b) -3  
c) -1  
d)  $\frac{2}{3}$   
e)  $\frac{3}{2}$   
f) 0
2. a) 1.5  
b)  $\frac{4}{3}$   
c) 10  
d)  $\frac{3}{2}$   
e) -2  
f)  $-\frac{1}{2}$
3. a)  $\frac{3}{8}$   
b)  $\frac{8}{3}$   
c) 13  
d)  $\frac{1}{4}$   
e) 3  
f)  $\frac{5}{2}$
4. -
5. a) 1.63  
b) 0  
c) -2.71  
d) -0.66  
e) 16.49  
f) 0.22  
g) 1.48  
h) 1.22
6. a) 0.76  
b) 4.28  
c) 0.59  
d) 0.0022  
e) 0.807  
f) 5.615  
g) -1.825  
h) 1.761
7. ca 2.4 år, ca 9 år
8. ca 2.14 år, ca 4.60 år
9. -
10. -
11.  $5 \cdot 10^{\log(9) \cdot x} = 5 \cdot e^{\ln(9) \cdot x}$
12. a)  $y = 5 \cdot 10^{0.3010x}$   
b)  $y = 40 \cdot 10^{-0.0969x}$   
c)  $y = 3 \cdot 10^{-0.1505x}$   
d)  $y = 20 \cdot 10^{0.4437x}$   
e)  $y = 2 \cdot 10^{-0.3468x}$   
f)  $y = 4 \cdot 10^{0.9542x}$
13. a)  $y = 5 \cdot e^{0.6931x}$
- b)  $y = 40 \cdot e^{-0.2231x}$
- c)  $y = 3 \cdot e^{-0.3466x}$
- d)  $y = 20 \cdot e^{1.0217x}$
- e)  $y = 2 \cdot e^{-0.7985x}$
- f)  $y = 4 \cdot e^{2.1972x}$
14. a)  $\log(a)$   
b)  $\log(\frac{a}{b})$   
c)  $\log(\frac{b^2}{\sqrt{a}})$   
d)  $\log(\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{b}})$
15. -
16. a)  $4, \frac{1}{2}, -3$   
b) 3.9069  
c) -0.5146, 0.8480, 4.6439  
d) -
17. a)  $y = 3 \cdot 2^x$   
b)  $y = 8 \cdot 0.5^x$   
c)  $y = 5 \cdot 1.2^x$   
d)  $y = 32 \cdot (\frac{1}{4})^x$   
e)  $y = 10 \cdot 1.3^x$

## Delkapittel 4.3

1. a) 6.136 %  
b) 6.168 %  
c) 6.183 %  
d) 6.184 %
2. a) 561.80  
b) 563.25  
c) 563.58  
d) 563.74  
e) 563.75
3. -
4. 0.26 %, 3.15 %
5. 6408.26
6. 2154.97
7. 3454.30
8. 3358.27
9. 215 574.22
10. 1912.88
11. a) 14 628.79  
b) 10 215.32
12. A
13. 244 574.14, 232 806.10

## Delkapittel 4.4

1. Omvendte funksjoner
2. a) Omvendte  
b) Omvendte  
c) Omvendte  
d) Ikke omvendte  
e) Omvendte  
f) Omvendte  
g) Omvendte
3. a)  $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - 3$   
b)  $f^{-1}(x) = f(x)$   
c)  $f^{-1}(x) = x^2 + 2$   
d)  $f^{-1}(x) = (2 - y)^2$   
e)  $f^{-1}(x) = \frac{x \pm \sqrt{x^2 + 4}}{2}$   
f)  $f^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$   
g)  $f^{-1}(x) = f(x)$
4.  $-\frac{1}{3}$
5.  $\frac{1}{\ln(10)y}$
6.  $\frac{1}{3}$
7.  $f^{-1}(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{y^2}}$
8.  $f^{-1}(x) = 3 + \sqrt{x+4}$ ,  
 $(f^{-1})(x) = \frac{1}{2\sqrt{y+4}}$
9. -
10. -
11. -

## Delkapittel 4.5

1. a)  $f'(x) = 21e^{7x}$   
b)  $f'(x) = \frac{1}{x}$   
c)  $f'(x) = 3 \cdot \ln(5) \cdot 5^x$   
d)  $f'(x) = \ln(2) \cdot 2^x + 2x$   
e)  $f'(x) = \frac{\ln(2) \cdot 2^x + 1}{2^x + x}$   
f)  $f'(x) = \frac{7(\ln(x))^6}{x}$   
g)  $f'(x) = \frac{1}{2x\sqrt{\ln(x)}}$   
h)  $f'(x) = 2e^{2x}$   
i)  $f'(x) = -\frac{3}{x^2}e^{\frac{3}{x}}$   
j)  $f'(x) = -\frac{1}{x}$
2. a)  $y = 1 + x$   
b)  $y = 2x - 4$   
c)  $y = x - 1$
3. a)  $f'(x) = \frac{1}{x}$   
b)  $f'(x) = \frac{3}{x}$
4. a)  $y = x$   
b) -  
c) -
5. a)  $y' = \frac{1}{kx}$   
b)  $(\log(x))' = \frac{1}{\ln(10)x}$   
c)  $(\log_a(x))' = \frac{1}{\ln(a)x}$

## Delkapittel 4.6

1. a) 5000  
b) 5427  
c) 7000  
d) Cirka 6
2. a)  $c = 329$   
b) 13  
c) 1200  
d) Cirka 51
3.  $y = 2800 - 2500e^{-0.08t}$
4.  $y = \frac{300}{1 + 5e^{-0.15t}}$
5. a)  $y(t) = 500 - 480e^{-0.0043t}$   
b)  $y(t) = \frac{500}{1 + 24e^{-0.0736t}}$   
c) Cirka 113  
d) Cirka 311
6.  $y = 24 - 20e^{-0.021t}$ ,  
cirka 18.4 grader og  
cirka 76 minutter
7. a)  $y(t) = 24 + 76e^{-0.097t}$   
b) 24,  
romtemperaturen  
c) Cirka 6.4 minutter
8. a)  $y(10) \approx 58.96$   
b) Cirka 3  
c) 60  
d) 50.3, 6, 60
9. a) 1000  
b) 4600  
c) 6000
10. a)  $y = \frac{35}{1 + 9.65e^{-0.043t}}$   
b) 8.42
11. a)  $y(t) = \frac{20\,000}{1 + 19e^{0.686t}}$   
b) 18 543  
c) 5 uker
12. a)  $y(t) = \frac{7000}{1 + 3499e^{-1.011t}}$   
b) Cirka 8.1 dager
13.  $t = \frac{\ln(c)}{k}$

## 1.5 Fasit til kapittel 5

## Delkapittel 5.1

1. a)  $f'(x) = (x+3)x^2e^x$
- b)  $f'(x) = \ln(x) + 1$
- c)  $f'(x) = \frac{e^x}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x}e^x$
- d)  $f'(x) = (2x+1)\ln(x) + x + 1$
- e)  $f'(x) = x^2(3\ln(x) + 1)$
- f)  $f'(x) = \frac{e\sqrt{x}}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + 1 \right)$
- g)  $f'(x) = \frac{\sqrt{x}}{x} (\sqrt{x}\ln(x) + 2)$
- h)  $f'(x) = 2e^{2x} \left( \ln(x^2 + 4) + \frac{x}{x^2+4} \right)$
- i)  $f'(x) = \frac{2e^x\sqrt{x^2+1} + (2x+1)e^x\sqrt{x^2+1} + \frac{x(2x+1)e^x}{\sqrt{x^2+1}}}{\sqrt{x^2+1}}$
- j)  $f'(x) = \frac{(x^2-1)^4(3x-1)^{-4}(21x^2-10x+9)}{(x-3)^2}$
2. a)  $f'(x) = \frac{-5}{(x-3)^2}$
- b)  $f'(x) = \frac{5}{(x+1)^2}$
- c)  $f'(x) = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$
- d)  $f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2}$
- e)  $f'(x) = -\frac{2}{x^3}$
- f)  $f'(x) = \frac{-7}{(2x-5)^2}$
3. a)  $f'(x) = \frac{xe^x - e^x}{2x^2}$
- b)  $f'(x) = \frac{1-\ln(x)}{x^2}$
- c)  $f'(x) = \frac{x^2+1-2x^2\ln(x)}{x(x^2+1)^2}$
- d)  $f'(x) = \frac{x\ln(2x)-x-2}{x\ln^2(2x)}$
- e)  $f'(x) = \frac{(x^2-1)^4(21x^2-10x+9)}{(3x-1)^4}$
- f)  $f'(x) = \frac{xe^x(2x^2+3x+2)}{(2x+1)^2}$
4. a) -
- b) -
5. a)  $\pm 2$
- b) Avtar i  $(-\infty, -3.24]$  og i  $[1.24, \infty)$ . Vokser i  $[-3.24, 1.24]$ .
- c) -
6. a)  $f'(x) = (x+3)x^2e^x$
- b) Avtar i  $(-\infty, -3]$  og vokser i  $[-3, \infty)$
- c) -
- d)  $y = e(4x-3)$
7. a)  $D_g = \langle 0, \infty \rangle$
- b) -
- c)  $a = e$
- d) -

## Delkapittel 5.2

1. a)  $A(x) = 100 + \frac{500}{x}$
- b) 102.50
- c) 25
- d)  $x = 0, y = 100$
2.  $x = -5, y = 2$
3.  $x = -1, y = 2x - 3$
4. a) 1.11, 2, 10 millioner
- b) 66.7 %
- c)  $\infty$ , å fjerne kriminaliteten helt blir veldig dyrt
5. a)  $a$ , avlingsmengde uten gjødsling
- b)  $a + b$ , maksimal avlingsmengde
- c)  $\frac{a+(a+b)}{2}$ , ligger midt mellom avling uten gjødsel og maksimal avling
6. a)  $A(x) = 0.01x + 40 + \frac{400}{x}$
- b)  $x = 0, y = 0.01x + 40$
- c) Avtar i  $\langle 0, 200 \rangle$ , vokser i  $[200, \infty)$
- d) 200
- e) -
7. a)  $A(x) = 0.005x + 15 + \frac{5000}{x}$
- b)  $x = 0, y = 0.005x + 15$
- c) Avtakende i  $\langle 0, 1000 \rangle$  og voksende i  $[1000, \infty)$
- d)  $x = 1000$
- e) -

## Delkapittel 5.3

1. a) L
- b)  $f(x) = 0$  for  $x = 2, f(x) < 0$  for  $x \in \langle -\frac{3}{2}, 2 \rangle$  og  $f(x) > 0$  for  $x < -\frac{3}{2}$  eller  $x > 2$
- c)  $f'(x) = \frac{5}{(2x+3)^2}$ . Voksende for alle  $x$  der  $f$  er definert
- d)  $x = -\frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}$
- e) -
2. a) Nevner  $\neq 0$
- b)  $y = 1$
- c) Avtar for  $x \leq 0$  og vokser for  $x \geq 0$
- d) -
3. a) -
- b)  $x = -1, y = x - 3$
- c) Vokser i  $(-\infty, -3.45]$  og i  $[1.45, \infty)$ . Avtar i  $[-3.45, 0]$  og i  $\langle 0, 1.45 \rangle$

- d) -
4. a)  $y = 0, x = 0$  og  $x = 4$
- b)  $f(x) > 0$  når  $x \in \langle 0, 4 \rangle$ .  $f(x) < 0$  når  $x < 0$  eller  $x > 4$
- c)  $f'(x) = \frac{8x-16}{(4x-x^2)^2}$ . Avtar i  $(-\infty, 0)$  og i  $\langle 0, 2 \rangle$ . Vokser i  $[2, 4]$  og i  $\langle 4, \infty \rangle$
- d) -
5. a)  $x = -1, y = x - 2$
- b)  $f(x) < 0$  for  $x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle 3, \infty \rangle$ .  $f(x) > 0$  for  $x \in \langle -2, -1 \rangle \cup \langle 3, \infty \rangle$
- c)  $f'(x) = 1 + \frac{4}{(x+1)^2}$ . Vokser i  $(-\infty, -1)$  og i  $(-1, \infty)$
- d) -

## Delkapittel 5.4

1. a) -0.15
- b) -0.15
2. a) -0.5, -2, -5
- b) -1, -1.5, -2.75
- c) -0.08, -0.24, -0.5
- d) -1, -1, -1
- e) -0.5, -0.5, -0.5
3. -0.69, 1.38 %
4. a) 5
- b)  $\approx -0.066$
- c) -0.1
- d)  $\approx -0.048$
5. -k
6.  $E(x)(p) = \frac{p}{p-120}$ , 0.5 %, 1 %, 2 %
7. a) 75
- b) 30
- c) 15
8. a) -
- b) -0.45
- c) -
- d) -
- e) 0.8
- f)  $x(p) = Ae^{-kp}$  gir inntektsoptimum for  $p = \frac{1}{k}$
9. a)  $[0, 818]$
- b)  $\approx -1.6$
- c)  $p < 409$
- d) 409
10. a)  $[0, 3], \frac{p}{p-3}$ , uelastisk for  $0 \leq p \leq 1.5$ , nøytralelastisk for  $p = 1.5$  og elastisk for  $1.5 < p < 3$ ,  $I(1.5) = 1125$

- b)  $[0, 4], \frac{p}{p-4}$ , uelastisk for  $0 \leq p < 2$ , nøytralelastisk for  $p = 2$  og elastisk for  $2 < p \leq 4$ ,  $I(2) = 1000$
- c)  $p \geq 0, -1$ , alltid nøytralelastisk,  $I(p) = 200$
- d)  $[0, 60], \frac{2p}{p-60}$ , uelastisk for  $p \in [0, 20]$ , nøytralelastisk for  $p = 20$  og elastisk for  $20 < p < 60$ ,  $I(20) = 32\,000$
11. a) -
- b)  $1 + x$
- c) -
- d)  $x - 1$

## Delkapittel 5.5

1. a)  $E = \{-2, -1, 1, 2\}$ , globalt maks  $x = -1$  og  $x = 2$ , globalt min  $x = -2$  og  $x = 1$
- b)  $E = \{0, 1\}$ , globalt min  $x = 1$ , ikke globalt min
- c)  $E = \{-1, 1\}$ , globalt maks  $x = -1$ , globalt min  $x = 1$
- d)  $E = \{0, 1, \frac{3}{2}\}$ ,  $x = 1$  er globalt min,  $x = 0$  er globalt maks
- e)  $E = \{-1, 1\}$ ,  $x = -1$  globalt maks,  $x = 1$  globalt min
2.  $x = 1 - \sqrt{2}$  globalt min,  $x = 1 + \sqrt{2}$  globalt maks
3.  $E = \{-2.5, -2, 0, 2, 2.5\}$
4. a)  $A(x) = 0.5x + 50 + \frac{5000}{x}$ ,  $A(50) = 175$
- b)  $x = 100, A(100) = 150$
- c) Finn minimum til  $A(x)$  når  $x > 0$
- d)  $I(x) = 350x - 1.5x^2, P(x) = -2x^2 + 300x - 5000$
- e)  $x = 75, 6250$
- f) -,  $x = 70$
- g) -, 75
5. a) -
- b)  $-1, 0, \frac{9}{11}, 1, 2$
- c) -,  $x = 0$  er ikke ekstremalpunkt
- d) -
- e) -



- f)  $x = -1, x = 2$   
 6. a)  $(0, 3), (1, 0), (3, 0),$   
 $x = -\frac{1}{3},$   
 $y = \frac{1}{3}x - \frac{13}{9}$   
 b) -  
 c) Globalt maks  
 $x = 0,$  globalt min  
 $x = \frac{1}{3}(2\sqrt{10} - 1) \approx$   
 $1.77$

## Delkapittel 5.6

1. a)  $f''(x) = 12x^2 + 18x$   
 b)  $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{x^2}$   
 c)  $\frac{d^2f}{dx^2} = \frac{6}{x^4}$   
 d)  $f''(x) = (2+x)e^x$   
 e)  $\frac{d^2}{dx^2} f = \frac{2x(x^2-3)}{(x^2+1)^3}$   
 f)  $y'' = 2 + 2x^{-3} =$   
 $2 + \frac{2}{x^3}$   
 2. a)  $x = 0, y = -2x + 1$   
 b)  $x = 1, y = -3x + 3$   
 c)  $x = 0, y = -x - 2$   
 d)  $x = 3, y =$   
 $-135x + 243$   
 e) Ingen vendepunkt  
 f)  $x = e^{-1.5},$   
 $-2e^{-1.5}x + 0.5e^{-3}$   
 3.  $f''(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$   
 4.  $f''(x) = \ln^2(a) \cdot a^x > 0$   
 5. a)  $x = -5, x = -2$   
 b)  $x = -1, y = x + 6$   
 c) Vokser i  $(-\infty, -1)$   
 og i  $(1, \infty)$ .  
 d)  $f''(x) = \frac{8}{(x+1)^3}$   
 skifter fortegn for  
 $x = -1$  der er ikke  
 funksjonen definert.  
 Ingen vendepunkt  
 vendepunkt  
 e) -  
 f) Går ut  
 6. a)  $y = 2x - 1, 1$   
 b)  $y = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2},$   
 $\frac{\sqrt{2}}{256} \approx 0.006$   
 c)  $y = \frac{1}{10}x + \ln(10) - 1,$   
 $\frac{1}{32}$   
 d)  $y = \frac{1}{5}x, \approx 0.0005$

## Delkapittel 5.7

1. a)  $y' = \frac{3y-1}{2y-3x}$   
 b)  $y' = -4x\sqrt{y}$   
 c)  $y' = -1 - x - y$   
 d)  $y' = \frac{2-e^{x-y}}{2y-x}$   
 e)  $y' = \frac{y-1}{2y-x}$   
 f)  $y' = -\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = -\sqrt{\frac{y}{x}}$   
 2. a)  $(0, 0), (2, 2)$   
 b) -  
 c)  $y' = \frac{-1}{(x-1)^2},$   
 $y' = \frac{1-y}{x-1}$   
 3. a) -  
 b)  $y = -\frac{5}{6}x + \frac{11}{6}$

## Delkapittel 5.8

1. a)  $[-\frac{9}{4}, -2]$   
 b)  $[0, 4 \ln(3)]$   
 c)  $[1, e^{\sqrt{2}}]$   
 d)  $[-5, -1]$   
 2. a)  $f(x) < 0$  for  
 $(-2, 3)$   
 b)  $f(x) < 0$  for  
 $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$   
 c)  $f(x) < 0$  for  
 $(-\infty, 1) \cup (2, 3)$   
 d)  $f(x) = 0$  for  
 $x = 2,$  ellers  
 positiv  
 e)  $f(x) < 0$  for  
 $(-\infty, 1)$   
 f)  $f(x) < 0$  for  
 $(-\infty, 2)$   
 3. a)  $x = 2$  er  
 minimumspunkt  
 b)  $x = -3$  er lokalt  
 maksimums-  
 punkt.  $x = 1$  er  
 lokalt  
 minimumspunkt  
 c)  $x = 0$  er  
 minimumspunkt  
 d)  $x = 0$  er  
 trappespunkt  
 e)  $x = -1$  er et  
 minimumspunkt  
 f) -  
 4. a) -  
 b) -  
 c) -  
 d) -  
 5. a)  $\frac{1}{2}$   
 b)  $\pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$   
 c)  $\frac{9}{4}$   
 d)  $(1, 2)$

## Delkapittel 5.9

1. a) 2  
 b) 0  
 c) 0  
 d) 3  
 2. a) 1  
 b) -  
 c) -  
 d) -  
 e) 1  
 3. a) -  
 b) -  
 c) -  
 d) -  
 4. a) 1  
 b)  $\frac{1}{3}$   
 c)  $\frac{1}{5}$   
 d)  $-\frac{1}{2}$   
 5. -  
 6. a)  $e^2$   
 b)  $\sqrt{e}$   
 c) 3  
 d)  $e$

## Delkapittel 5.10

1. a)  $f'(t) =$   
 $0.192t^2 - 2.88t + 9.6,$   
 $t = 10$  er lokalt  
 min,  $t = 5$  er lokalt  
 maks.  
 Maksimumsverdi  
 46, minimumsverdi  
 10  
 b)  $A'(x) =$   
 $0.16x - \frac{7465}{x^2}, 36$   
 c) (i)  $g'(x) =$   
 $1.8(0.3x +$   
 $1)^2 + \frac{300x^3}{5x^4+1},$   
 $g''(x) =$   
 $1.08(0.3x +$   
 $1) +$   
 $\frac{900x^2 - 1500x^6}{(5x^4+1)^2}$   
 (ii)  $x_0 = \frac{1}{a}$   
 2. a)  $E = -0.16p,$   
 $E = -0.8,$   
 $p > 62.50$   
 b) 1.35 %, ca 17 år,  
 55 %

- c)  $f'(t) =$   
 $\frac{13 \cdot 200e^{-0.3t}}{(1+800e^{-0.3t})^2},$   
 $f''(t) = -3960 \cdot$   
 $\frac{e^{-0.3t}(1-800e^{-0.3t})}{(1+800e^{-0.3t})^3},$   
 $t = \frac{\ln(1/800)}{-0.3} \approx$   
 $22.3$   
 3. a)  $f'(x) =$   
 $20x^4 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$   
 b)  $g'(x) = \frac{3x^2-1}{2\sqrt{x^3-x+1}}$   
 c)  $h'(x) =$   
 $-20x^3(4-x^4)^4$   
 d)  $i'(x) = 2ex$   
 4. a)  $x = 0$   
 b)  $a = b = 1, c = 0.8$   
 5. a) -, -1.02, 0.37, 2,  
 4.79, 6.56,  $x = 2$   
 b)  $g'(x) = \frac{x^2+2x-3}{x^2-3},$   
 ingen  
 ekstremalpunkt  
 6. a) 64, 9, 0, 1, 0, 9.  
 $x = 0, x = 2. -$   
 b)  $f'(x) =$   
 $4x^3 - 12x^2 + 8x,$   
 vokser i  $[0, 1]$  og i  
 $[2, \infty),$  avtar i  
 $(-\infty, 0]$  og i  $[1, 2]$   
 c) Konveks i  
 $(-\infty, 0.42]$  og i  
 $[1, 58, \infty).$  Konkav i  
 $[0.42, 1.58].$   
 Vendepunkt  $\frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$   
 7. a)  $x = 0, y = 2x + 4,$   
 26.5  
 b)  $S(x) = -4x^2 +$   
 $1400x - 1400,$   
 $1 < x < 349$   
 8. a) (i)  $f'(x) =$   
 $6x^2 - 5e^{5x}$   
 (ii)  $g'(x) =$   
 $\ln(x^2 - 1) +$   
 $\frac{2x^2}{x^2-1}$   
 b)  $x = \frac{20}{3}$   
 c)  $y'(1) = 5$   
 9. a) -0.3125, -  
 b)  $E = \frac{2p^2}{p^2-900},$   
 $E = -1.6, -$   
 c)  $p = \sqrt{300}$   
 10. a) 40, 25  
 b)  $f'(t) = \frac{-15}{(t+1)^2},$   
 $f'(t) < 0,$  pruting  
 gir laver pris

## 1.6 Fasit til kapittel 6

## Delkapittel 6.1

1. a) 1, 4, 9, 16  
b)  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$   
c)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{18}, \frac{1}{32}$   
d)  $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}$
2. a)  $b_1 + 2 + b_3 + b_4 + b_5$   
b)  $\frac{1669}{7200} \approx 0.232$   
c) 10  
d)  $2a_2 + 3a_3 + 4a_4 + 5a_5$
3. a)  $\sum_{n=1}^4 a_n$   
b)  $\sum_{n=1}^5 (n+1)a_n$   
c)  $\sum_{n=1}^6 \frac{1}{2^n}$   
d)  $\sum_{n=1}^7 n^2$
4. a og e, d og e
5. a)  $\sum_{n=1}^5 a_{n+3}$   
b)  $\sum_{n=1}^6 2n$
6. a) -  
b) Like  
c) Ikke like
7.  $\bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^n x_k}{n} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$

## Delkapittel 6.2

1. a) 20 100  
b)  $\frac{n(n+1)}{2}$   
c) 2550  
d)  $n^2 + n$   
e) 155  
f) -70
2. a)  $\sum_{n=1}^8 (5n - 2)$   
b)  $\sum_{n=1}^9 (22 - 2n)$   
c)  $\sum_{n=1}^9 (4n - 9)$
3.  $d = 2, a_1 = 0$
4. 145, 145,  $a_1 = b_n$  og  $b_1 = a_n$
5. a) 50, 60, 70,  
 $t_n = 10n + 20$   
b) 120, 750,  $5n^2 + 25n$   
c) 16
6. a) 870, 940, 1010,  
 $p_n = 70n + 730$   
b) 19  
c) 29 300  
d) 6
7. a) 203, 196, 189,  
 $t_n = 210 - 7n$   
b) 30  
c) 3045
8. 27 500
9.  $V_t = 100\,000 - 800t$
10. -
11. 6800
12. Verdi i antall 1000  
a) 150, 139, 128, 117,  
106, 95, 84, 73, 62,  
51, 40  
b) 150, 130, 112, 96,  
82, 70, 60, 52, 46,  
42, 40
13. a)  $\frac{k(k+1)}{2}$   
b) -  
c) -  
d) -  
e)  $V_t = 1500t^2 - 22\,500t + 100\,000$

## Delkapittel 6.3

1. a) 2186  
b)  $\approx 73.57$   
c)  $\approx 20.81$   
d)  $\approx 9$   
e) 4 882 810  
f)  $\approx 91.12$   
g)  $\approx 5731.94$   
h)  $\frac{x^{13}-1}{x^{12}-x^{10}}$   
i)  $\frac{xy^{11}-x^{12}}{y^{11}-xy^{10}}$   
j)  $63 - 31\sqrt{2}$   
k)  $\approx 76.29$   
l)  $\approx 42.79$   
m)  $\approx 15.80$
2. a)  $\approx 21.33$   
b)  $\approx 20.83$   
c)  $\frac{2}{3}((-2)^n - 1)$
3.  $V_t = 140\,000 \cdot 0.823^t$ ,  
 $V_3 \approx 78\,091$
4. -
5. a)  $a_1 = \frac{1}{4}, k = 2, \frac{1023}{4}$   
b)  $\approx 29\,524.2$
6.  $\text{Sum } 3^7 - 1 = 2186.$
7. a) 20, 22, 24.2,  
 $a_n = 20 \cdot 1.1^{n-1}$   
b)  $\approx 427.7$   
c) 25  
d) 3.93 %,  $\approx 359$
8. a) 202, 7852  
b) 274.54, 9001.64
9. a) Cirka  $9.2 \cdot 10^{18}$   
b) Cirka  $1.8 \cdot 10^{19}$ ,  
cirka  $3.6 \cdot 10^{11}$   
tonn, ca 50 tonn.
10.  $\frac{1013}{256}$

## Delkapittel 6.4

1. a) 2453.64  
b) 983.43
2. a) 18 392.80  
b) 24 613.71  
c) 4077.68
3. a) 131 807.95  
b) 14
4. 10 245.80
5. a) 27 910.78  
b) 2149.71
6. a)  $S(x) = \frac{100\,000}{x} \left[ \left(1 + \frac{x}{100}\right)^{10} \right]$   
b) 12 577.89,  
13 180.79  
c) -, hvis renta øker  
så øker saldoen  
d) 587.08, 602.90
7. a)  $i_n = 1000 \cdot 0.95^{n-1}$ ,  
 $i_{20} = 377.35$   
b) 25 896.81
8. a) 395.84, 5188.03  
b) 301.46, 5228.62  
c) 7330.60, 7659.19, -
9. a) -  
b) 9077.33
1. -
2. -, 9000
3. a) 47 196.46  
b) 60 000, 26 750
4. a) 9140.34  
b) 137 850.39
5. a) 3777.91, 138 837.03  
b) 123 837.03, 3369.74  
c) 35 a 3777.91 og en  
36. på 1289.29
6. a) 532.10  
b) 6143.00  
c) 36.86  
d) 634.75
7. a) 4542.70  
b) 473 149.14  
c) 4684.17
8. a)  $n \approx 16.08$   
b) 16 terminbeløp a  
60 000 og et 17. på  
5394.44.
9. a) 21 909.30  
b) 1799.45
10. a) 4386.50  
b) 29 746.04  
c) 17 338.22
11. 15.4 %
12. a) 5226.11, 6.09 %  
b) 14.2 %  
c) 17 %  
d) 22.4 %
13. a)  $x_2 = x_1 \cdot 1.05^2$ ,  
 $x_3 = x_1 \cdot 1.05^2$ ,  
 $x_{15} = x_1 \cdot 1.04^{14}$   
b) 9953.79, 19 707.83  
c) 100 046.21  
d) 17 919.21, 1791.62
14. a) 1318.99  
b) -, 10 %  
c) -
15. a) 310 226.03  
b) 64 469.12  
c) 58 914.14,  
425 710.95  
d) 46 980.23
16. 32 006
17. 282 998.04
18. 29
19. a) 7405.94  
b) Gunstig

## Delkapittel 6.5

1. a)  $\frac{8}{3}$   
b) Divergerer  
c)  $\frac{25}{3}$   
d)  $\approx 16\,666.67$   
e)  $\approx 2857.14$   
f)  $\frac{4}{7}$   
g) Divergerer
2. a)  $x < -1$  eller  $x > 0$   
b)  $x < -1$  eller  $x > 0$   
c)  $x \notin [-1, 1]$   
d) Konvergerer for  
 $x \notin [-1, 1]$ ,  
 $S = \frac{x}{x-1}$   
e) Konvergerer for  
 $x \in (-\infty, \frac{1}{2})$ ,  
 $S = \frac{x-1}{x-2}$
3. a) 0.6, 1.152, 1.65984,  
 $7.5(1 - 0.92^n)$   
b) 7.5
4. a) -  
b)  $P_n = 1\,000\,000(1 - 0.9^{n+1})$   
c) 1 000 000, ved  
resirkulering vil  
råvarer til 100 000  
plastposer gi  
opphav til  
1 000 000  
plastposer
5. a) -  
b) -  
c) -  
d) Nei, den divergerer

## Delkapittel 6.7

1. a) 22 928.57  
b) 35 666.67  
c) Dyrt
2. a) 72 715.53,  
309 493.24  
b) 70 000
3. a) 400 000  
b) 1 000 000  
c) Nei  
d)  $r > v$
4. a) 1902.22  
b) 1822.22  
c) 6.8 %
5. a) -  
b) -
6. a) 100  
b) -
7. 16 181.23

**Delkapittel 6.8**

1. a) 253 839.84, 4.3 %  
b) 1114.23, 359 831.89
2. a) 20 710.86, 0.36 %  
b) 20 098.78
3. a) (i) 3.228 /  
(ii) 3.177 /  
b) (i) 141 693.55  
(ii) 16 127.00
4. a) (iii) 16 960.71  
(i) 90 305.56  
(ii) 3.5 %  
(iii) 24 år  
b) (i) 177 116.94  
(ii) 171 958.19  
(iii) 37 547.86
5. a) 20 600, 23 185.48,  
26 878.33, 14 år,  
23 885.40  
b) 4.3 %, 107 362
6. a) 53 561.25,  
59 384.32,  
70 529.93, 10 år,  
49 624.32  
b) 28 548.83,  
25 310.25,  
18 786.80  
c) Alternativ 1, 4.4 %, 13.8 %
7. a) 160 424.02  
b) 31 år
- c) 141 904.91  
d) 1.2656
8. a) 375 530.42  
b) 13 097.29
9. a) 8024.26, 96 975.74  
b) 51 862.50, 7544.78
10. a) 34 873.82  
b) 24 000, 10 873.82.  
32 899.83, 1973.99

## 1.7 Fasit til kapittel 7

## Delkapittel 7.1

1. a)  $y = \frac{1}{3}x^3 + C$
- b)  $y = 2x + C$
- c)  $y = \frac{1}{8}t^8 + C$
- d)  $y = \ln|t| + C$
- e)  $y = 2t + C$
- f)  $y = \frac{1}{2}e^{2x} + C$
2. a)  $\frac{1}{6}x^6 + \frac{3}{5}x^5 + C$
- b)  $e^x + 3x + C$
- c)  $\frac{1}{3}t^6 - t^3 - t + C$
- d)  $4 \ln|t| + \frac{1}{8}t^2 + C$
3. a)  $\frac{1}{4}x^4 + \frac{5}{2}x^2 - 3x + C$
- b)  $6e^t + \frac{8}{3}t^{\frac{3}{2}} + C$
- c)  $\frac{1}{3}x^3 - 4 \ln|x| + C$
- d)  $\frac{1}{3}x^3 - 4 \ln|x| + C$
4. a)  $\frac{1}{5}x^5 + C$
- b)  $4x^{\frac{1}{4}} + C$
- c)  $5e^x + C$
- d)  $7e^{2x} + C$
- e)  $x + 2 \ln|x| + C$
- f)  $\frac{5}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x + C$
- g)  $\frac{3}{5}x^5 + \frac{1}{6}x^6 + C$
- h)  $8x - x^2 - \frac{1}{3}x^3 + C$
- i)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}\sqrt{x^3} + C$
- j)  $\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + C$
5.  $F'(x) = \ln(x)$ ,  
 $\int \ln(x) dx = F(x) + C$
6. (A) lovlig, (B) ikke lovlig.  $\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$ ,  
 $\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$
7. 147 100
8. a)  $I(x) = 8x - \frac{1}{15}x^3$
- b)  $\approx 6.33$
9. 417

## Delkapittel 7.2

1. a) 54
- b) 18
- c) 28
- d) 16
- e) 24
- f)  $2e^3 - 2e$
- g)  $-10 \ln(5)$
- h)  $6e^2 - 6$

2. a) 4
- b)  $\frac{1}{6}$
- c)  $\frac{4}{5}$
- d) 396
- e) 16
- f)  $\frac{188}{3}$
- g)  $\frac{15}{64}$
- h) 60
- i)  $\frac{4}{9}$
- j)  $2e^3 - 2e^{-3}$
3. a) 254 266.67
- b) 96 433.33
4. a) 8938.15
- b) 15 254.66
- c) 24 192.81
5. a) Cirka 27 500
- b) Cirka 4800
6. a) 9
- b) -2
- c) 0
7. a) 25
- b) 0

## Delkapittel 7.3

- a)  $\frac{14}{3}$
- b) 36
- c)  $\ln(2)$
- d) a) -
- b)  $\frac{1}{3}$
- c) -
- d)  $-\ln(5) - \frac{4}{5}$
- e)  $\frac{148}{9}$
- f)  $\frac{26}{3}$ . Området over  $x$ -aksen er  $\frac{2}{3}$  arealenhet større enn området under.
- g)  $\frac{4}{3}$
- h) a) 1
- b)  $k$
- c)  $\frac{3}{2}$

## Delkapittel 7.4

1. 8, 9, 9.5. Eksakt 10
2. 0, 0.23, 0.345. Eksakt  $\approx 0.46$
3. a) 23
- b) 5.9
- c) 10.15
4.  $A_{100} = 0.696$

## Delkapittel 7.5

1. a) 98 938.47
- b) 99 058.30
2. a) 119 177.07
- b) 34 081.85
- c) 108 287.74
- d)  $T \approx 11.77$
3. a) 159 726.40
- b) 1 474 131.60
4. a) -
- b) -
- c)  $F'(t) = -te^{-rt}$
- d)  $\frac{10\,000e^{10r}}{e^{-10r} - 1}(10r + e^{-10r} - 1)$
5. a) -
- b) -

## Delkapittel 7.6

1. a)  $x \ln|x-1| + C$
- b)  $\frac{1}{2} + \ln\left(\frac{9}{16}\right)$
- c)  $7 \ln\left(\frac{5}{2}\right)$
- d)  $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{8} \ln|2x+1| + C$
- e)  $169.5 + 365 \ln\left(\frac{5}{8}\right)$
- f)  $-\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x - 2 \ln|1-x| + C$
2. a)  $\frac{1}{2} \ln|x^2 - 2| + C$
- b)  $16\sqrt{4+x^2} + C$
- c)  $1 - \frac{1}{e}$
- d)  $2e^{\sqrt{x}} + C$
- e)  $\frac{1}{2}$
- f)  $3 \ln|\ln(x)| + C$
3. a)  $-e^{-x}(x+1) + C$
- b)  $2 \ln(4) - 2$
- c)  $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}(\ln(x) - \frac{2}{3}) + C$
- d)  $(x^2 - 2x + 2)e^x + C$
- e)  $\frac{1}{3}x^3(\ln(x) - \frac{1}{3}) + C$
- f)  $\frac{396}{5} - \frac{4}{15}\sqrt{2}$
4. a)  $\frac{1}{4} \ln|x+3| + \frac{3}{4} \ln|x-1| + C$
- b)  $\ln|x| + \ln|x-1| + C$
- c)  $\frac{1}{2} \ln|x-3| - \frac{3}{2} \ln|x+3| + C$
- d)  $13 \ln|x-3| - 10 \ln|x-2| + C$

- e)  $\ln|2x+1| - \ln|x+1| + C$
- f)  $\frac{3}{44} \ln|4x-1| - \frac{5}{33} \ln|3x+2| + C$
- g)  $\ln|x-2| - \frac{2}{x-2} + C$
- h)  $\frac{1}{4} \ln|2x+1| - \frac{1}{8x+4} + C$

5. -

## Delkapittel 7.7

1. a) 1
- b)  $e$
- c) 1
- d) -1
2. a) 2
- b) 10
- c) -
3. -
4. a) -
- b) -
- c) 0,0,0
- d)  $\ln(4)$

## Delkapittel 7.8

1. a)  $x = \pm \sqrt{\frac{3a}{2}}$ , ingen nullpunkt dersom  $a < 0$ .  $x = \pm \sqrt{\frac{2b}{c}}$ . Hvis  $b$  og  $c$  har ulikt fortegn har vi ikke nullpunkt. Hvis  $c = 0$  og  $b \neq 0$  har vi ikke nullpunkt.
- b)  $a = 2$ ,  $b = -4.5$ ,  
 $c = -8.75$
2. d)  $-\frac{14}{15}$
3. (i)  $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{x} + C$
- (ii)  $\frac{17}{4} - \frac{1}{4}e^8$
4. a)  $K(x) = 0.2x^2 + 20x + 20$
- b)  $I(x) = 30x$ ,  $x = 25$

## 1.8 Fasit til kapittel 8

## Delkapittel 8.1

1. 16, 0
  2. 12
  3. 72
  4. a)  $K(x, y) = 20x + 30y + 450$
  - b)  $I(x, y) = 50x + 70y$
  - c)  $P(x, y) = 30x + 40y - 450$
  5. a) 70 500
  - b)  $I(x, y) = 130x + 160y$
  - c) -
  - d) Underskudd på 19 375
  - e) Overskudd på 500
  6. a)  $K(x, y) = 0.1x^2 + 30x + 35y + 18\ 000$
  - b)  $I(x, y) = 50x + 50y$
  - c) -
  7. a) -
  - b) -
  - c)  $P(x, y) = 4x + 4y + 10z - 30\ 000$
  - d)  $P(x, y, z) = -0.002z^2 + 4x + 4y + 10z - 30\ 000, 42\ 000$
  8.  $K(x_1, x_2, x_3, x_4) = 10x_1 + 30x_2 + 20x_3 + 40x_4 + 700$
  9. a)  $0 \leq y \leq 200$
  - b)  $I(x, y) = -5x^2 - 3y^2 + 800x + 600y$
- e) 4
  - f)  $z = x + 2x^2$
  - g) 1, 4
  5. a) -, tredjegradskurver
  - b) Stigning -1 mot sør
  - c)  $z = x^3$
  - d) 3
  - e) -12 mot vest
  - f)  $z = x^3 + x^2$
  - g) 3
  - h)  $(x, y) = (3, 9)$
  - i) 27
  - j) 1
  6. a) -
  - b) -
  - c) Radius vokser eksponentielt
  - d) Radius avtar eksponentielt
  - e)  $z = \ln(y), z = \ln(x)$
  - f) Trakt
  7. a)  $x^2 + y^2 \geq 0, z \geq 0$
  - b)  $x^2 + y^2 > 0, \text{verdimengde er } \mathbb{R}$
  - c)  $y \geq x^2, z \geq 0$
  - d)  $x, y > 0, \text{verdimengde er } \mathbb{R}$
  - e)  $xy > 0$
  - f)  $y > \frac{1}{x}$
  - g)  $y \neq \pm 2$
  - h)  $y \neq x^2 \text{ og } xy > 0$

## Delkapittel 8.2

1. a)  $z = -0.5x^2 + 190x + 150, x = 190$
- b)  $z = -0.3y^2 + 40y + 12\ 900, y \approx 66.7$
- c)  $-0.5x^2 + 0.2xy - 0.3y^2 + 180x + 20y - 5100 = 0$
2. a) 140, 62
- b) 180, 100
- c) 280, 200
- d) Relativt flatt
- e) Bratt ned mot fjorden
- f) Ja
3. a) -
- b) Stigning 1
- c)  $z = x^2, \text{ en parabel}$
- d) 2
- e)  $z = x^2 + x$
- f) 2
- g) 1
4. a) -, parabler
- b)  $z = x$
- c) 1
- d)  $z = 2y^2$

## Delkapittel 8.3

1. a)  $f'_x = 3, f'_y = 2$
- b)  $f'_x = 2x, f'_y = 2y$
- c)  $f'_x = 6x + 2y, f'_y = 2x - 12y^2$
- d)  $f'_x = 4xy + 3y^4, f'_y = 2x^2 + 12xy^3$
- e)  $f'_x = y^2, f'_y = 2xy$
- f)  $f'_x = 12x^3y - 2y + 5y^3, f'_y = 3x^4 - 2x + 15xy^2$
- g)  $f'_x = 3x^2 + y^2, f'_y = 2xy$
- h)  $f'_x = 10x^4y^2 + 2xy, f'_y = 4x^5y + x^2$
2. a)  $f'_x = y - 1, f'_y = x + 1$
- b)  $f'_x = 4xy - 3, f'_y = 2x^2 + 4$
- c)  $f'_x = e^x \ln(y), f'_y = \frac{e^x}{y}$
- d)  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{-2y}{(x-y)^2}, \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2x}{(x-y)^2}$

- e)  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{-2x}{\sqrt{y^2 - 2x^2}}, \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{y}{\sqrt{y^2 - 2x^2}}$
- f)  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x}{x^2 + y^2}, \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2y}{x^2 + y^2}$
3. a) Cirka 41.20
- b) Cirka 66.80
- c) Cirka 8.80
- d) Cirka 13.20
4.  $f'_x = A, f'_y = B, \text{ konstant stigning i } x\text{- og } y\text{-retninga.}$
5. a)  $f'_x = y - z, f'_y = x + z, f'_z = y - x$
- b)  $f'_x = 2xyz - 3y^2z^3, f'_y = x^2z - 6xy^2z^3, f'_z = x^2y - 9xy^2z^2$
- c)  $\frac{\partial f}{\partial x} = e^x \cdot \ln(yz), \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{e^x}{y}, \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{e^x}{z}$
- d)  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{-z^2 - 2y}{(x-z)^2}, \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2}{x-z}, \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{x^2 + 2y}{(x-z)^2}$
- e)  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{-2x}{\sqrt{y^2 - 2x^2 + z^2}}, \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{y}{\sqrt{y^2 - 2x^2 + z^2}}, \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{z}{\sqrt{y^2 - 2x^2 + z^2}}$
- f)  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x}{x^2 + y^2 + z^2}, \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2y}{x^2 + y^2 + z^2}, \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{2z}{x^2 + y^2 + z^2}$
6. a)  $P'_x = 80 - 2x + 2y, P'_y = 100 + 2x - 6y$
- b) 100, 0, -
7.  $U'_x = \alpha x^{\alpha-1} y^\beta > 0, U'_y = \beta x^\alpha y^{\beta-1}. \text{ Økt konsum gir økt nytte.}$
8. a) Cirka 35 000
- b)  $q'_x = 100x^{-0.5} y^{0.3} z^{0.4}, q'_y = 600x^{0.5} y^{-0.7} z^{0.4}, q'_z = 800x^{0.5} y^{0.3} z^{-0.6}, q'_x(18, 6, 9) \approx 971.6, q'_y(18, 6, 9) \approx 1749.0, q'_z(18, 6, 9) \approx 1554.6$
- c) Radioreklame
9.  $B'_v = \frac{1}{h^2} > 0, B'_h = -\frac{2v}{h^3} < 0, -$
10. a) Komplementære
- b) Konkurrerende
- c) Komplementære
- d) Konkurrerende

## Delkapittel 8.4

1. a)  $f'_x = 3, f'_y = 2, f''_{xx} = 0, f''_{yy} = 0, f''_{xy} = 0$
- b)  $f'_x = 2x, f'_y = 2y, f''_{xx} = 2, f''_{yy} = 2, f''_{xy} = 0$
- c)  $f'_x = 6x + 2y, f'_y = 2x - 12y^2, f''_{xx} = 6, f''_{yy} = -24y, f''_{xy} = 2$
- d)  $f'_x = 4xy + 3y^4, f'_y = 2x^2 + 12xy^3, f''_{xx} = 4y, f''_{yy} = 36xy^2, f''_{xy} = 4x + 12y^3$
- e)  $f'_x = y^2, f'_y = 2xy, f''_{xx} = 0, f''_{yy} = 2x, f''_{xy} = 2y$
- f)  $f'_x = 12x^3y - 2y + 5y^3, f'_y = 3x^4 - 2x + 15xy^2, f''_{xx} = 36x^2y, f''_{yy} = 30xy, f''_{xy} = 12x^3 - 2 + 15y^2$
- g)  $f'_x = 3x^2 + y^2, f'_y = 2xy, f''_{xx} = 6x, f''_{yy} = 2x, f''_{xy} = 2y$
- h)  $f'_x = 10x^4y^2 + 2xy, f'_y = 4x^5y + x^2, f''_{xx} = 40x^3y^2 + 2y, f''_{yy} = 4x^5, f''_{xy} = 20x^4y + 2x$
2. a)  $f'_x = 3x^2y^2 + 2y^3, f'_y = 2x^3y + 6xy^2 - 6, f''_{xx} = 6xy^2, f''_{yy} = 2x^3 + 12xy, f''_{xy} = 6x^2y + 6y^2$
- b)  $f'_x = ye^{xy}, f'_y = xe^{xy} - \frac{1}{y}, f''_{xx} = y^2e^{xy}, f''_{yy} = x^2e^{xy} + \frac{1}{y^2}, f''_{xy} = e^{xy} + xy e^{xy}$
- c)  $f'_x = ye^x - e^y, f'_y = e^x - xe^y, f''_{xx} = ye^x, f''_{yy} = -xe^y, f''_{xy} = e^x - e^y$
- d)  $f'_x = 3x^2e^{2y^2}, f'_y = 4x^3ye^{2y^2}, f''_{xx} = 6xe^{2y^2}, f''_{yy} = 4x^3e^{2y^2} + 16x^3y^2e^{2y^2}, f''_{xy} = 12x^2ye^{2y^2}$
3. a) (1, 2) er sadelpunkt
- b) (0, 0) er lokalt minimumspunkt
- c) (1, 1) og (-1, -1) er sadelpunkter

- d)  $(0, 0)$  og  $(1, -1)$  er sadelpunkter
- e)  $(0, 0)$  er lokalt minimum,  $(-2, 0)$  er lokalt maksimum
- f)  $(0, 0)$  er lokalt maksimum.  $(1, 1)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(1, -1)$  og  $(-1, -1)$  er sadelpunkter
4. a)  $(0, 0)$  er sadelpunkt.  $(\frac{\sqrt{2}}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{8})$  og  $(-\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{8})$  er lokale minimumspunkter
- b)  $(1, -1)$  er lokalt minimumspunkt
- c)  $(0, 0)$  er sadelpunkt.  $(1, 1)$  er lokalt minimumspunkt
- d)  $(-4, 2)$  er lokalt maksimum
5. a) -
- b) -
- c) -
6. a) -
- b) -

### Delkapittel 8.5

1. a)  $y' = \frac{3y-1}{2y-3x}$
- b)  $y' = -4x\sqrt{y}$
- c)  $y' = -x - y - 1$
- d)  $y' = \frac{e^x - y - 2}{e^x - y - 2y}$
- e)  $y' = \frac{1-y}{x-2y}$
- f)  $y' = -\sqrt{\frac{y}{x}}$
2. a) -
- b)  $y = -3x + 1$ ,  $y = -0.5x + 0.5$
3. a)  $U'_x = \frac{2.5y^{0.75}}{x^{0.75}}$ ,  $U'_y = \frac{7.5x^{0.25}}{y^{0.25}}$ , én ekstra av B
- b) Slå til
4. a)  $f'_x = 3x^2 - 12y + 9$ ,  $f'_y = 12y - 12x$ ,  $f''_{xx} = 6x$ ,  $f''_{yy} = 12$ ,  $f''_{yx} = -12$
- b)  $(1, 1)$  er sadelpunkt,  $(3, 3)$  er lokalt minimumspunkt
- c) -
- d)  $y = 1.25x + 0.5$

### Delkapittel 8.6

1. a) 24
- b)  $3\sqrt{2}$
2. a)  $2\sqrt{2}$ ,  $-2\sqrt{2}$
- b) Cirka 3.2 og -3.2
3. a) 1.5, -1.5
- b) 1, -1
4. 16.94
5. a) -, -3, -
- b) 20 av A og 5 av B gir maksimal nytte på 200 000
6. a) Punktene  $(1, 1)$  og  $(-1, -1)$ , -
- b)  $(1, 1)$  og  $(-1, -1)$
7. a) -1
- b) 12
8. a)  $I(x, y) = -x^2 + 3xy - y^2 + 20x + 10y$
- b)  $P(x, y) = -x^2 + 2xy - y^2 + 8x + 4y$
- c) 10.5 tonn av A og 9.5 tonn av B. Øke til ca 127
9. a) 31 av A og 82 av B gir maksimum på 86 910
- b) Cirka 86 355, økes til ca 86 713
10. a)  $f'_x = 2x - 3y + 1$ ,  $f'_y = -3x - 2y$ ,  $f''_{xx} = 2$ ,  $f''_{yy} = -2$ ,  $f''_{xy} = -3$
- b)  $(-\frac{2}{13}, \frac{3}{13})$  er sadelpunkt
- c) Minimumspunkt  $(\frac{1}{6}, \frac{11}{6})$
11. a) -
- b) 230 ved A og 5 ved B gir maksimum på 4925
- c) -
- d) 195 ved A og 5 ved B
- e) Cirka 35
12. a)  $(5, 4)$
- b)  $10x + 12y = 90$ ,  $x, y \geq 0$
- c)  $(4.39, 3.84)$
13. a)  $2x + 3y = 12$ ,  $x, y \geq 0$
- b) 3.6 kg kaffe og 1.6 kg te
14. a) -
- b) -, budsjett på minimum 200
15. a) Sirkel om  $(3, 2)$  med radius 1. 4, 2. Maks 4 og min -0.5
- b) Maksimum 4 og minimum -0.5
- c) -

### Delkapittel 8.7

1. a) 9, 1
- b) 3, 0
- c) 28, -28
- d) 0,  $-e^{-2}$
- e) 0,5, 0
- f) 0, -4
2. a) -
- b) 25 i Narvik og 1975 i Sandnes
3. a)  $(4000, 3000)$  er maksimumspunkt. Maksimumsverdi 255 000
- b) 253 000
4. a)  $f'_x = 3x^2 - 12y + 9$ ,  $f'_y = 12y - 12x$ ,  $f''_{xx} = 6x$ ,  $f''_{yy} = 12$ ,  $f''_{xy} = -12$
- b)  $(1, 1)$  er sadelpunkt,  $(3, 3)$  er lokalt minimumspunkt
- c) -
- d) 173, 3
5. 1, -9
6. 19, -12

### Delkapittel 8.8

1. a)  $\frac{df}{dt} = 2(t+1) + 3(t+1)^2 \cdot t^3 + 3(t+1)^3 \cdot t^2$ , 2
- b)  $\frac{df}{dt} = (1+2e^t(t^2+1)^3)e^t + 6t(t^2+1)^2e^{2t}$ , 3
2. a)  $\frac{\partial f}{\partial s} = 6t + 20s$ , 6.
- $\frac{\partial f}{\partial t} = 2t + 6s + 2$ , 8
- b)  $\frac{\partial f}{\partial s} = \frac{-e^{-s}}{(e^s+e^t)^2} + \frac{2s}{s^2+t^2+1}$
3. a)  $x = \frac{c}{6}$ ,  $y = \frac{c}{2}$ ,  $\lambda = \frac{c}{6}$ , maksimum
- b)  $m(c) = \frac{c^2}{12}$ ,  $\frac{dm}{dc} = \frac{c}{6} = \lambda$
- c) -
2. a)  $(x, y) = (12.7, 15.9)$ ,  $z = 1568.84$
- b) -,  $y = -\frac{5}{27}x + \frac{17}{3}$ ,  $-\frac{5}{27}$
3. a)  $F'_K = \frac{5}{4}K^{-\frac{3}{4}}L^{\frac{1}{2}}$ ,  $F'_L = \frac{5}{2}K^{\frac{1}{4}}L^{-\frac{1}{2}}$ ,  $F''_{KK} = -\frac{15}{16}K^{-\frac{7}{4}}L^{\frac{1}{2}}$ ,  $F''_{LL} = -\frac{5}{4}K^{\frac{1}{4}}L^{-\frac{3}{2}}$ ,  $F''_{KL} = \frac{5}{8}K^{-\frac{3}{4}}L^{-\frac{1}{2}}$
- b)  $K = 10\ 000$ ,  $L = 100$
4. a)  $x = 80$ ,  $y = 70$
- b) 76 av hver
5. a)  $h'_x = 2x - 2xy$ ,  $h'_y = -x^2 - 1 + 2y$ ,  $h''_{xx} = 2 - 2y$ ,  $h''_{yy} = 2$ ,  $h''_{xy} = -2x$
- b) Lokalt minimum, sadelpunkt, sadelpunkt. -
- Minimum er -0.25
6. a)  $h'_x = 6x^2 - 2xy$ ,  $h'_y = -x^2 + 2y$ ,  $h''_{xx} = 12x - 2y$ ,  $h''_{yy} = 2$ ,  $h''_{xy} = -2x$
- b) -, Begge er sadelpunkter, minimumsverdi -4
7. a)  $u'_x = \frac{1}{y+x}$ ,  $u'_y = \frac{-x}{y^2+x}$
- b)  $(2, 8)$
8. a)  $f'_x = 6x - 3y^2$ ,  $f'_y = -6xy + 3y^2 + 6y$ ,  $f''_{xx} = 6$ ,  $f''_{yy} = -6x + 6y + 6$ ,  $f''_{xy} = -6y$
- b)  $(0, 0)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(0.5, -1)$
- c) Lokalt minimum, sadelpunkt, sadelpunkt
9. a) 325 000, 165 000, 165 000
- b) 100 ved A og 300 ved B
10. a)  $f'_x = 4x + y - 11$ ,  $f'_y = x - 6y + 16$ ,  $f''_{xx} = 4$ ,  $f''_{yy} = -6$ ,  $f''_{xy} = 1$
- b)  $(2, 3)$  er et sadelpunkt

### Delkapittel 8.9

1. a)  $x = 24$ ,  $y = 22$ , maksimal fortjeneste 26 764
- b) 25 912
- c) Sirkel med sentrum i  $(-2, 3)$  og radius  $\sqrt{k}$ . -
- $y = 0.75x + 10.75$

## 1.9 Fasit til kapittel A

## Delkapittel A.1

- $\frac{24}{35}$
  - $\frac{24}{5}$
  - $\frac{2}{3}$
  - $-\frac{57}{8}$
  - $\frac{33}{4}$
  - $\frac{44}{7}$
- $\frac{7}{6}$
  - $\frac{24}{35}$
  - $\frac{32}{21}$
  - $\frac{1}{9}$

## Delkapittel A.2

- $x^6 y^3$
  - $x^{16} y^3$
  - $a^8 b^{13}$
  - $x^4$
  - $x^{-8}$
  - $a^6$
- $x^{-1}$
  - $x^2$
  - $x^5$
  - $x^{10}$
  - $x^5 y^8$
  - $x^6$

## Delkapittel A.3

- 9
  - $6\sqrt{2}$
  - $3\sqrt{5}$
  - $2\sqrt[3]{3}$

- $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{7}}$
- $2(\sqrt{6} + \sqrt{7})$
- $x$
- $\frac{\sqrt{x}}{y}$
- $x^2\sqrt{2}$
- $y\sqrt{x}(1 + \sqrt{2}y)$

## Delkapittel A.4

- 5
  - 2
  - 2
  - $\frac{1}{2}$
  - 3
  - $\frac{1}{3}$
- $x^{\frac{3}{2}}$
  - $x^{\frac{5}{2}}$
  - $a^{\frac{5}{6}}$
  - $x^2 y$
  - $x^2 y^{\frac{4}{3}}$
  - $10a^{\frac{1}{2}}$
  - $a^{-1}$
  - $x^3 + x$
  - $\frac{a^3}{b^2 y^6}$
  - $\frac{1}{12a^{\frac{1}{2}}}$

## Delkapittel A.5

- {1, 2, 3, 5, 7, 9}
  - {2}
  - {1, 9}
  - {3, 5, 7}
- a-h-i, b-g, c-j
- 

## Delkapittel A.6

- $(x-1)^2(x+1)^2$
  - $(2x+3)^2$
  - $(x+3)^2$
  - $(2x-2y)^2 = 4(x-y)^2$
  - $(2x-3)^2$
  - $(x+2y)^2$
  - $(2a-3b)^2$
  - $4a+3b^2$
  - $2x^2-3y^2$
  - $(x^3+4y^2)^2$

## Delkapittel A.7

- +9
  - +36
  - +1
  - $+\frac{49}{4}$
  - $+\frac{25}{4}$
  - +4
  - +1
  - Stemmer
- 7, 1
  - 3, 9
  - 1, 3
  - 5, -2
  - 2, 3
  - $3, \frac{5}{3}$
  - 1, 2
- $(x-5)(x+3)$
  - $(x-7)(x-1)$
  - $(x-2)(x+5)$
  - $(x+1)(x+3)$
  - $2(x-1)(2x+1)$
  - $(x-2)(x+4)$
  - $(x+(1-\sqrt{3}))(x+(1+\sqrt{3}))$

## Delkapittel A.8

- 
- [-5, 1]
  - 2, 4
  - $[-1, 1] \cup \langle 3, \infty \rangle$
  - $\emptyset$
  - $[\frac{1}{3}, 2]$
  - $\langle -\sqrt{2}, \sqrt{2} \rangle \cup \langle 3, \infty \rangle$

## Delkapittel A.9

- $x^2 - 7 - \frac{5}{x-1}$
  - $2x^2 + 5x - 1$
  - $3x^2 - 4$
  - $5x^2 + 12x + 32 + \frac{62}{x-2}$
  - $x^3 + 3x^2 + 2x + 6$
  - $x^4 - 2x^2 + 5x + 4 - \frac{3x+5}{x^2+2}$
  - $x^2 + 2x + 1$
  - $x^3 + x^2 + x + 1 + \frac{1}{x-1}$